Feuille d'exercices

—

Equations différentielles

—

Exercice 1

Résoudre : $2xy' - 3y = \sqrt{x}$.

Exercice 2

Résoudre : $2xy' + y = \dfrac{1}{1-x}$.

Exercice 3

Résoudre : $(x+2y)y' = 1$.

Exercice 4

Résoudre : $\left\{ \begin{array}{rcr} x' &=& 6x+2y \\ y' &=& -10x-3y \end{array} \right.$

Exercice 5

Résoudre : $\left\{ \begin{array}{rcl} x' &=& 4y-2z-3x \\ y' &=& z+x \\ z' &=& 6x-6y+5z \end{array} \right.$

Exercice 6

Résoudre : $\left\{ \begin{array}{l} x' = 2x - y + z \\ y' = x + 2y - z \\ z' = x - y + 2z \end{array} \right.$

Exercice 7

On considère la matrice de $\mathbb{R}^3$ *:*

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ -3 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. *Déterminer les valeurs propres et les vecteurs propres de* A.
2. *Soit* X_1 *un vecteur propre non-nul. Déterminer un vecteur* X_2 *solution de l'équation :* $(A+I_3)X = X_1$
3. *Déterminer un vecteur* X_3 *solution de l'équation :* $(A+I_3)X = X_2$.
4. *Montrer que* A *est trigonalisable.*
5. *Résoudre le système différentiel :* $\left\{ \begin{array}{l} x' = -3x + y + z \\ y' = -3x + 2z \\ z' = -2x + y \\ (t,(x,y,z)) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3 \end{array} \right.$

Exercice 8

On considère l'équation différentielle scalaire : (E) : $(x+1)y'' - y' - xy = 0$

1. *Montrer que* $exp(x)$ *est solution de l'équation* (E)
2. *En déduire toutes les solutions*

Exercice 9

On considère l'équation différentielle scalaire : (E) : $xy'' + 2y' + xy = 0$

1. *Déterminer les solutions de* (E) *développables en série entière au voisinage de 0*
2. *En déduire toutes les solutions*

Exercice 10 *On considère l'équation différentielle :* $t^2x'' + 4tx' + 2x = \ln(1-t) \quad t \in]0,1[$

1. *Déterminer les solutions de l'équation homogène de la forme* $x = t^r$
2. *Résoudre l'équation*